Una experiencia melancólica

Con palabras parecidas a las de este título inició G. H. Hardy su afamada "Autojustificación de un matemático", donde no muestra precisamente su entusiasmo por las tareas de divulgación, a las que ahora, sin embargo, un socorrido lugar común califica de importantes aunque difíciles, instándonos a los matemáticos a hacer el esfuerzo necesario para dar a conocer nuestro trabajo a la gente, tanto por el respeto debido a los ciudadanos, como por nuestro propio interés y afán de supervivencia.

Cuando esta empresa se acomete en la prensa diaria, la limitación de espacio, la inoportunidad de usar símbolos y fórmulas, y la necesidad de atraer la atención de los lectores, la convierten en una tarea especialmente ardua. Los osados que la emprenden suelen, a veces, caer en ciertos vicios que transmiten una imagen algo distorsionada de lo que es la labor de un matemático. Pero, a pesar de todos esos inconvenientes, soy de los que animan a quienes tengan facilidad de escritura a utilizar los medios de comunicación a su alcance para mostrar a las personas interesadas en saberlo que las matemáticas son una ciencia viva y útil, que son importantes para el progreso y que están a veces escondidas en muchas actividades de nuestra experiencia cotidiana.

La lengua y las matemáticas son los pilares de la ilustración y desempeñan un papel fundamental en la educación primaria y secundaria. En contra de cierta opinión demasiado generalizada, me parece que los conceptos y los problemas matemáticos considerados en esos niveles son relativamente sencillos e intuitivos. Y es por eso que pueden ser abordados con cierta profundidad sirviendo para entrenar la mente en el arte del razonamiento preciso. Dicho en la jerga moderna, son útiles para instalar el sistema operativo en el cerebro humano, algo que resultaría mucho más difícil de conseguir a través de otras disciplinas que están menos estructuradas y cuyos conceptos son más complejos y difusos.

Posiblemente sea ésta la contribución más importante de las matemáticas a la sociedad: enseñar las reglas del razonamiento deductivo, el significado de una implicación y, aunque quizás en dosis pequeñas, el arte de engarzar las ideas. Pero también la detección de las falacias más comunes: círculo vicioso; argumentos *ad hominem*, *ad baculum* o *ad verecundiam*; juicios de intenciones; confusión del antecedente con el consecuente; *post hoc*, *ergo propter hoc*, etc. Habida cuenta de cómo se expresan en los medios muchos políticos, locutores y periodistas, cabría decir que, en nuestro país, la enseñanza de las matemáticas es todavía muy mejorable.

Tengo entendido que boxeadores y especialistas en artes marciales tienen prohibido utilizar sus destrezas frente a quienes carecen de ellas. Por la misma razón me parece que un matemático debe abstenerse de usar toda la fuerza de nuestro lenguaje al tratar un asunto con quienes no lo dominan, y que tampoco cabe abusar de nuestras definiciones, que por precisas se hacen a veces difíciles, ni de nuestras largas cadenas de silogismos, si es que se pretende divulgar con éxito nuestra varias veces milenaria ciencia. Pero eso no obsta para que cuando un matemático escriba o hable dirigiéndose a un público amplio, haya de poner un cuidado exquisito en la pulcritud de sus razonamientos.

En las contadas ocasiones en las que me he aventurado a escribir en la prensa diaria, he tenido ocasión de experimentar algunos de los riesgos que esa empresa conlleva. A quien desee intentarlo puedo darle un consejo: conviene dejar siempre muy claro que sólo pretendemos dar una versión impresionista de las ideas, centrándonos en lo que juzgamos más importante, pero sin ánimo de precisar todas las definiciones y hacer todas las salvedades, que serían apropiadas en un trabajo o ensayo más extenso, pero que harían ilegible un artículo periodístico. No creo que sea esta la ocasión de relatarlas, pero dispongo de un rico caudal de anécdotas pintorescas que van desde los "aficionados al Fermat" que vinieron, a veces desde muy lejos, a mostrarme sus "demostraciones propias", registradas ya ante notario, a raíz de un artículo que publiqué en El País cuando se dio a conocer la prueba de A. Wiles en el verano de 1993; hasta la bendita testarudez de quienes habían calculado, usando papel milimetrado, el número exacto de puntos del retículo que estaban dentro de los círculos de radios próximos a 100, motivados por otro artículo mío en el mismo diario, escrito algunos años después en colaboración con Luis Seco y Charles Fefferman. Titulado "Números, átomos y estrellas", nos proponíamos en él divulgar nuestros resultados de entonces en torno a los fundamentos matemáticos rigurosos de la mecánica cuántica. Proyecto en el que habíamos encontrado una conexión interesante con ese problema clásico de la teoría de los números que pregunta por el error que se comete al comparar el área de un círculo con el número de puntos de coordenadas enteras contenidos en su interior. Pero no resultó nada fácil disuadir a varios "aficionados" de la banalidad del empeño de calcular gráficamente valores particulares de ese término de error, ni tampoco lo fue transmitir el carácter asintótico del problema.

El pasado mes de enero de 2006 volví a reincidir en esta aventura con un artículo, publicado en la sección Futuro de El País, en torno a la conjetura de Kepler, cuya demostración aparecía en *Annals of Mathematics* dentro de su número de noviembre de 2005. Tratándose de un problema relativamente fácil de explicar a los lectores, que une a su historia pintoresca la relevancia de los científicos implicados en la solución, y dada la naturaleza final de la demostración que hace un uso esencial del ordenador, me creí capaz de engarzar unas líneas que pudiesen interesar a un público general, subrayando las vicisitudes del proceso de verificación de la prueba de las que yo tenía noticia de primera mano a través de Peter Sarnak (uno de los editores de *Annals*), quien amablemente me envió también el manifiesto editorial que la revista había decidido publicar.

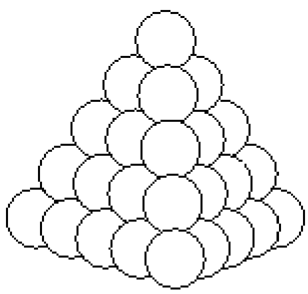
De manera que, junto a una muy sucinta historia y planteamiento del problema, escribí unos comentarios sobre la actuación del comité de expertos y el editorial, que expone el desafío que las demostraciones asistidas por ordenador presentan a una revista de la trayectoria y calidad de *Annals*. Naturalmente, incluí algunas preguntas retóricas que estimaba yo que un ciudadano ilustrado podía hacerse en torno a la interacción de las matemáticas con el ordenador. Pero también acerca de la influencia que los computadores, a través de Internet y de ciertas agencias conocidas de evaluación, están teniendo en la profesión, estimulando una excesiva proliferación de publicaciones innecesarias, cuya única finalidad principal es hinchar los *curricula* de sus autores. Mi sorpresa, esta vez, es que las anécdotas no vienen de los aficionados a resolver problemas de empaquetamiento de esferas, sino de miembros de la profesión que se han sentido aludidos y, de manera privada muchos y pública algunos, me han hecho llegar sus opiniones. La mayoría me han mostrado su acuerdo con lo sugerido en el artículo y con la oportunidad de decirlo, pero también ha habido reacciones muy negativas, discrepando en el fondo y en la forma, incluso con cierta virulencia, del contenido y del vehículo utilizado para difundirlo. Según me han expresado algunos, la proliferación de publicaciones irrelevantes y el uso indiscriminado de criterios tan generales, como son los índices de impacto de las revistas o el número de citas en la toma de decisiones de política científica, es un asunto que merece ser debatido, pero me afean haberlo sacado en la prensa diaria y no, por ejemplo en el Butlletí o en La Gaceta que serían, según dicen, vehículos más apropiados. Pero antes de seguir con la glosa de estos comentarios, conviene que el lector sepa a qué se refieren. El artículo de El País decía así:

La conjetura de Kepler: mentes, máquinas y publicaciones.

Annals of Mathematics, posiblemente la mejor revista matemática del mundo, ha publicado el pasado noviembre la "demostración" obtenida por Thomas Hales de una famosa conjetura formulada por Kepler hace cuatro siglos.

Que el autor del problema sea un afamado científico y que haya transcurrido tanto tiempo en resolverse lo asemeja al Último Teorema de Fermat, con el que también comparte la sencillez de su enunciado; tener una historia rica en resultados parciales, incluyendo varias demostraciones falsas o incompletas; que Hales, como hiciera Wiles en el caso del Fermat, haya dedicado más de seis años a perfilar la solución y, además, haber sido publicadas ambas demostraciones en los *Annals*.

¿Cuál es la manera más eficiente de empaquetar esferas del mismo tamaño? En esta pregunta, engañosamente sencilla, radica el enigma propuesto por Kepler. Es claro que al disponer bolas en el espacio quedarán siempre intersticios y un empaquetamiento denso minimizará el volumen que resta fuera de ellas. Un ejemplo notable se construye disponiéndolas inicialmente sobre un plano, tangentes entre sí y formando hileras intercaladas, que crean una densa capa sobre la que podemos apilar las nuevas esferas colocándolas entre cada tres tangentes de la formación inicial. Iterando con cuidado este procedimiento, arriba y abajo de la primera capa, obtendremos un empaquetamiento periódico que, en Cristalografía, recibe el nombre de red cúbica centrada en las caras y que aparece ilustrado en la manera habitual como disponen los fruteros la oferta de manzanas y naranjas. Es fácil calcular su densidad (0.74…), que Thomas Hales ha demostrado ser insuperable: no importa cómo llenemos el espacio con esferas, la densidad será siempre menor o igual que la alcanzada por la red cúbica centrada.



El problema fue sugerido a Kepler por un marino que deseaba estimar el número de balas de cañón que almacenaban los buques enemigos en su cubierta. Pero en 1611 no podían imaginar que el diseño de buenos empaquetamientos haya resultado ser ahora tan relevante en la tecnología de la información, tanto para enviar señales por un canal ruidoso sin perder calidad, como en los códigos que nos garantizan la fidelidad del sonido de un disco compacto. Nosotros podemos bromear también con la perspicacia de los fruteros, pero ello nos distraería de la cuestión importante, es decir, del tremendo desafío a la mente humana que planteaba la conjetura, a la que había que atacar porque estaba ahí, como dijo G. Mallory sobre la escalada del Everest. El desafío es tremendo, casi de vértigo, pues involucra *todas* las maneras posibles de disponer bolas en el espacio: ¿cómo empezar siquiera semejante tarea?

Si se tratara sólo del caso periódico, entonces la escalada es más fácil y el gran Gauss, a mediados del siglo XIX, ya pudo realizarla. También podemos rebajar la dimensión y hacernos la pregunta análoga para círculos del plano: en torno a 1960, el matemático húngaro Fejes Toth encontró la respuesta correcta, que resultó ser la versión bidimensional de la red cúbica centrada. Pero en tres dimensiones es mucho más difícil: en un empaquetamiento, cada esfera tiene asociada una celda de influencia, formada por los puntos del espacio que están más cerca de su centro que de los de las restantes esferas. El cociente entre el volumen de la esfera y el de su celda de influencia es la densidad local del empaquetamiento. Resulta que, en dimensión dos, las celdas de mayor densidad local son hexágonos, con los que se puede teselar el plano. En el espacio las celdas de la red cúbica centrada son dodecaedros rómbicos. La celda local más densa, sin embargo, es el dodecaedro regular, pero con ella, como bien saben los cristalógrafos, no se puede teselar el espacio. Esta discrepancia entre la solución óptima local y la global es una de las razones por las que el problema de Kepler ha resultado tan difícil.

El artículo de Hales consta de unas ciento veinte páginas de matemáticas convencionales. Pero depende de un programa informático que analiza cerca de 5000 casos residuales, para los que hay que optimizar funciones de más de doscientas variables. Después de varios años de trabajo la comisión de expertos a quienes *Annals* había encargado la revisión del artículo ha tirado la toalla, sintiéndose incapaz de escudriñar todos los detalles en un tiempo razonable; tarea que han comparado con la de cotejar, uno por uno, la veracidad de todos los datos del listín telefónico de Nueva York. Empero, el comité ha llevado a cabo el número adecuado de comprobaciones para poder sostener su fe en la corrección de la prueba con, según dicen, un 99% de probabilidad. Pero, ¿es eso suficiente?

Una demostración matemática es una cadena de razonamientos, a veces muy larga, que nos llevan desde una hipótesis de partida hasta una tesis de llegada y que es susceptible de ser engarzada por todo aquel que posea el tiempo y el entrenamiento adecuados. Pero éste no es el caso de la prueba de Hales. El dilema de *Annals* es tremendo y su solución ecléctica quizás no satisfaga a muchos: publica la parte que se ajusta al arquetipo tradicional, pero añade un comentario editorial advirtiendo de que la prueba depende de un programa que aparecerá en otra revista especializada en computación. Los editores señalan que estamos ante un caso de aproximación de las matemáticas a la práctica de las ciencias experimentales, por cuanto la verificación de la parte informática hay que hacerla con los criterios con los que se valida un experimento, pero no con los tradicionales de las matemáticas.

Annals es una centenaria revista bimensual editada en Princeton conjuntamente por la Universidad y el Instituto de Estudio Avanzado. Los requisitos para aparecer en sus páginas son muy estrictos: ha de tratarse de un resultado relevante demostrado con técnicas originales. No es de extrañar que publicar en *Annals* sea objeto del deseo para los matemáticos y que traten de lograrlo con sus resultados mejores. La demora entre la llegada y la publicación de un artículo oscila en torno a los dos años, pero ése es un dato que *Annals* comparte con otras revistas, que no son ya tanto un instrumento de comunicación, puesto que los resultados circulan antes por la red, sino una garantía de calidad. Ésa es ahora la principal razón de ser de las mejores revistas. Pero éstas son una minoría; la mayoría tienen criterios mucho más relajados: tanto, que sus publicaciones son con bastante frecuencia un mero y prescindible ruido.

A diferencia de la demostración del Fermat, que ha requerido el fecundo ingenio matemático contemporáneo, creo que la prueba de la conjetura de Kepler, sin desmerecer con ello el trabajo de Hales, hubiera podido llevarse a cabo hace siglos de haber contado con los medios de cálculo que tenemos ahora a nuestro alcance. ¿Significa esta demostración que estamos en el umbral de una nueva era en la que las máquinas se encargarán de probar los teoremas? ¿Son los matemáticos una especie en extinción?

Sinceramente creo que la respuesta es un rotundo no, aunque sea un lugar común afirmar que el ordenador es un instrumento valiosísimo, una ayuda casi imprescindible, en la investigación actual. Pero es posible, y yo diría que muy deseable, que las máquinas se encarguen en el futuro de tantos desarrollos rutinarios y tantas demostraciones clónicas que mantienen ocupados a demasiados matemáticos quienes, incansables, publican obviedad tras obviedad. Llenando sin cesar, con mutuas referencias, el registro de esa grotesca casa de citas que tiene su sede en Filadelfia. Liberados por las máquinas, podrían estos artistas, siguiendo el buen ejemplo de Wiles y Hales, dedicar sus esfuerzos a resolver problemas realmente difíciles e interesantes que tengan luego cabida en *Annals of Mathematics*.

Citas en la Red

Como puse de manifiesto en la introducción, ha sido el último párrafo del artículo el que ha traído cola. Cuando las citas y los índices de impacto son usados para distribuir algunos complementos retributivos (los famosos sexenios en España) con un criterio amplio, no merecen mayor reparo. Lo malo es cuando se utilizan para establecer políticas científicas, financiar los proyectos de grupos grandes en detrimento de otros más pequeños y establecer líneas de prioridad o en las promociones del escalafón universitario. Entonces tenemos un problema serio y hay que decir que la única manera reconocida de evaluar la labor de un científico es a través de la importancia y la dificultad de sus resultados, que están acompañados de la originalidad de las ideas y de las técnicas que haya introducido para obtenerlos. Lo demás es ruido. Pero eso sólo puede apreciarlo quien esté en condiciones de hacerlo, y ahí tenemos otro problema. En sociedades más vertebradas científicamente que la española se tienen instituciones de prestigio cuyos miembros conocen y ejercen el canon, pero nos tememos que ése no sea nuestro caso y, quizás por ello, circulan por la Red escritos señalando a nuestro país como un ejemplo de uso excesivo de tales índices, tanto por los tribunales de oposición, como por los mismos responsables de la política científica, que han entronizado la conocida falacia del "argumento *ad populum*" llevándola hasta el BOE.

Se trata de un tema de mucho interés que, en mi opinión, debería ser tratado en cierta profundidad por los científicos españoles. Pero las escasas líneas que le dediqué en mi artículo no pretendían tanto. Tampoco ahora deseo abundar en el asunto, pero si quiero comentar dos publicaciones originadas a raíz de mi escrito que han llamado mi atención: se trata de dos artículos publicados, por sendos autores, en El País Digital y en la edición especial para Valencia del mismo diario en el mes de Febrero de 2006, y cuyas referencias precisas pueden encontrarse también en las páginas DivulgaMAT de la RSME. No es mi intención entrar en ninguna polémica con nadie, sino señalar algunos aspectos de esos escritos que me han hecho reflexionar sobre las precauciones que debe tener en cuenta un matemático ante la tarea de escribir. Por lo que, en adelante, me referiré a esos profesores con la socorrida notación de A y B.

Sostiene el profesor A opiniones que discrepan de las que él ha detectado en mi artículo, y las ilustra con un símil montañero propiciado también por alguno de mis comentarios: ¿hay que atacar problemas difíciles o ejercitarse en ejercicios asequibles, subir montañas altas o repetir mil veces la subida al cerro de nuestro pueblo? Es un dilema con interesantes ramificaciones ante el que A parece inclinarse por la segunda alternativa, ¡que los dioses le bendigan! Pero no deseo ahora abundar en esa polémica, aunque se me ocurren al hilo varias preguntas relacionadas sobre las que me parecería oportuno reflexionar: ¿qué es un problema interesante? ¿Es preferible concentrarse en algún proyecto matemático de envergadura o diversificar los esfuerzos? ¿Merece la pena a un investigador establecido dedicarse a producir resultados que son meros ejercicios de principiantes? ¿Es la matemática una tarea de solitarios o, a lo más, de grupos reducidos o, por el contrario, vamos hacia una investigación orquestal?

Empero, me ha llamado la atención su puntualización a mi escrito enmendándome la plana acerca de la existencia del aludido editorial de *Annals*. Se trata, creo yo, de un recurso dialéctico clásico, atacar las premisas menores para llegar en situación ventajosa al punto que realmente queremos rebatir. Dice A: "*Annals* añade un comentario editorial advirtiendo de que la prueba depende de un programa y que… No es cierto. La revista estudió la posibilidad de añadir tal comentario, y esa posibilidad trascendió al dominio público. Pero el hecho es que el comentario, al final, no fue añadido. Sorprende que el profesor Córdoba no lo haya comprobado, cuando en el mismo número de los *Annals* en el que aparece la demostración de Hales -noviembre de 2005-, hay precisamente un artículo suyo (por lo cual, por cierto, le felicito)".

Ocurre que cualquiera puede comprobar que, en la primera página del número aludido de *Annals*, aparece un *Statement by the Editors* que comienza con las siguientes palabras: "Computer-assisted proofs of exceptionally important mathematical theorems will be considered by the Annals….” Y sigue dando detalles del procedimiento que han diseñado para gestionar la publicación de tales demostraciones. ¿Cómo pudo A no darse cuenta de la existencia del editorial de *Annals* y ponerse en la grotesca situación del alguacil-alguacilado?

El discurso de muchos polemistas, intelectuales y políticos, ofrece abundantes ejemplos de uso de ese recurso dialéctico que estamos comentando. Pero me parece que un matemático, con todos los instrumentos de razonamiento y deducción de los que habitualmente dispone, no necesita utilizar esa añagaza, pudiendo ir directamente a atacar la mayor, incluso con contundencia. Ahora bien, si optamos por usarla entonces tenemos que estar muy seguros de la verdad de todo lo afirmado, porque, en caso contrario, caeremos en espantoso ridículo.

El profesor B procede de manera algo distinta. Leyendo sus "Matemáticos en la casa de citas", parece coincidir en el fondo con todo lo que la lectura de mi artículo le sugiere. Sostiene B que "…Basar exclusivamente la promoción académica, el logro de complementos y la concesión de proyectos de investigación en las citas obtenidas o el factor de impacto de las revistas puede tener los efectos perversos implícitos en la denuncia de Córdoba: abandono de la lectura por la escritura, falta de reflexión, publicación de refritos, mercadeo de citas, etc." Sin embargo a renglón seguido se pregunta: ¿cómo alguien del prestigio de Antonio Córdoba ha podido largar semejante exabrupto? Y pasa a conjeturar diversas razones: celos profesionales, pérdida de poder o quizás senilidad, cuando afirma, erróneamente por cierto, que yo sólo tenga un artículo en *Annals* y que de eso hace ya casi 30 años. En realidad tengo algunos más y el último estaba aún muy reciente cuando B escribió su andanada, pero tampoco soy el único español que haya publicado en esa revista, como puede ser comprobado ahora muy fácilmente a través de Internet. Yo no había mencionado nada de todo eso en mi escrito, no conozco personalmente al profesor B y no recuerdo haber mantenido conversaciones con él, por lo que me sorprenden sus juicios sobre lo que cree que son mis intenciones ocultas o mis presuntas frustraciones.

Suele decirse que la cortesía de un matemático radica en la claridad y en la precisión. Aunque no los conozca personalmente, y tampoco estoy familiarizado con sus obras, no tengo inconveniente en pensar que A y B sean dos profesionales competentes. Empero, sus escritos demuestran fehacientemente cómo alguien entrenado en el arte del razonamiento preciso y riguroso puede, cuando se sale un poco de su campo específico, incurrir en varias de las falacias (argumento *ad hominem*; juicios de intenciones; falsedad de las premisas; *non sequitur*…) que como matemáticos tenemos la obligación de corregir en nuestro oficio docente. La lectura de ambos escritos, con sus frases algo agresivas, hace patente en ellos una cierta falta de elegancia, ¡qué le vamos a hacer! Uno ya ha aprendido que entre los matemáticos, gente especializada en la pulcritud del razonamiento, en la búsqueda de la verdad y de la belleza de las ideas, que forman una élite planetaria un tanto ácrata y alejada de las convenciones sociales, con una historia rica en episodios interesantes y mentes generosas y bellas, se han dado también los comportamientos más mezquinos, propios de un colectivo que, como ocurre con los poetas, es el principal, si no el único, observador y lector de sí mismo. Lo acontecido en el último ICM, en el que nadie mencionó explícitamente la labor de José Luis Fernández, quien fue el auténtico impulsor de la candidatura española, realizó el trabajo previo y diseñó la estrategia que llevó al éxito obtenido en Pekín, para ser, a renglón seguido, apeado de la presidencia del Comité, es un ochomil del uso de la filosa que merecería estar en la historia universal de esos asuntos que escribió el gran Borges.

Antonio Córdoba Barba
Departamento de Matemáticas
UAM